



Христиановський В.В.,

*проректор з навчальної роботи, завідувач
кафедри математики і математичних
методів в економіці Донецького
національного університету, доктор
економічних наук, професор*

Стешенко І.В.,

*викладач кафедри математики
інформатики і обчислювальної техніки
Донецької державної академії управління*

МОДЕЛЮВАННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЛІГАЦІЙ НА ФОНДОВОМУ РИНКУ УКРАЇНИ

Розвиток комп'ютерних і телекомунікаційних технологій загострює конкурентну боротьбу, у результаті чого світові біржі змушені здійснювати масштабні інвестиції в нові технології. Одну з головних позицій у рішенні зазначеної проблеми посідає фондовий ринок. Тому становлення цивілізованого фондового ринку в Україні – одна з найважливіших задач економічного розвитку країни. Необхідність удосконалювання наявних технологій, уміння прогнозувати характеристики цінних паперів, формувати портфелі облігацій є на сьогоднішній день важливою задачею інвестора та емітента.

У пропонованій роботі розглядаються питання, пов'язані з побудовою оптимального портфеля облігацій шляхом моделювання його основних характеристик.

У вітчизняній і закордонній літературі відомо багато робіт, присвячених цій проблемі. У періодичних виданнях українських авторів мало літератури по застосуванню математичного апарата на фондовому ринку. Більшість процесів, описуваних у цих роботах, розглядаються як детерміновані, що істотно знижує адекватність побудованих моделей реальній практиці, тому що такі методики не враховують імовірнісну сутність процесів на фондовому ринку.

В останні роки з'явився ряд робіт відомих авторів, таких як І. Тобин, О. Васічек, Г. Марковіц, В. Шарп, А.М. Ширяєв, Б.В. Бондарев та інші, в яких характеристики цінних паперів розглядаються як випадкові процеси.

Нерозвиненість українського фондового ринку, обмежене коло його інструментів, відсутність надійних індикаторів його динаміки і низка інших факторів не дозволяють поки з достатньою повнотою й ефективністю використовувати закордонний досвід у наших умовах. Тому необхідно розробляти моделі і методики, що підходили б до наших умов, відбивали накопичений окремими компаніями і фірмами реальний практичний досвід.

У роботі [1] динаміка цін облігацій описується моделями виду:

$$P(t, T) = \exp\{\alpha(t; T) - r(t)\beta(t; T)\}, t \in [0; T], \quad (1)$$

де $\alpha(t; T)$, $\beta(t; T)$ – не випадкові, процентна ставка r задається моделлю Васічека [1], тобто r є розв'язанням рівняння виду:

$$dr(t) = (a - b r(t))dt + c dw(t), \quad (2)$$

де a, b, c , – константи, $w(t)$ – стандартний вінерівський процес.



Удосконаленням цієї моделі є те, що для моделі Васічека отримані оцінки невідомих параметрів a, b, c [6].

Коефіцієнти $\alpha(t; T)$ й $\beta(t; T)$ у формулі (1) знаходяться з рівностей:

$$\beta(t; T) = \frac{1}{b}(1 - \exp(-b(T - t)));$$

$$\alpha(t; T) = \frac{c^2}{2} \int_t^T \beta^2(s, T) ds - a \int_t^T \beta(s, T) ds + \ln N,$$

де N номінал $\beta(t; T) = 0, \alpha(t; T) = \ln N$.

У роботі [2] побудовані моделі основних характеристик облігацій: процентної ставки, ціни і прибутковості облігацій, що представляються як випадкові процеси. У моделях прибутковості і ризику портфеля облігацій процентні ставки різних видів збігаються. Вони розглядалися як окремі випадки основного варіанта, коли процентні ставки лінійно виражаються через «основну» по деякому виду облігацій.

У роботі [3] нами розглянуто загальний випадок, коли процентні ставки різних видів облігацій різні.

Інвестору, що бажає розмістити вільні кошти на фондовому ринку, необхідно мати інструмент прогнозу ціни купівлі – продажу цінних паперів, їхньої прибутковості і ризику вкладень капіталу в ці активи. Як поведження інвестора на ринку цінних паперів можна запропонувати наступне.

Розміщаючи кошти в різні цінні папери, тобто формуючи портфель цінних паперів, рівномірною закупівлею різних видів можна знизити індивідуальний ризик при прийнятті рішень. Якщо по одних цінних паперах буде низький доход чи збиток, то інші компенсують це своєю більш високою прибутковістю, тобто чим більше цінних паперів міститься в портфелі, чим більш він диверсифікований, тим менше індивідуальний ризик. Метою оптимізації портфеля цінних паперів у цьому випадку є формування такого портфелю цінних паперів, який би відповідав вимогам інвестора по прибутковості і ризикованості, що досягається шляхом збільшення кількості цінних паперів у портфелі.

У роботі [4] пропонується методика визначення оптимального портфеля облігацій. Якщо P – поточна ціна облігацій, C_t – купонні виплати, r – процентна ставка, N – номінал, T – термін до погашення, то

$$P(r) = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r)^t}, \text{ при } t=T C_t = c_t + N. \quad (3)$$

Поточну ціну облігацій можна представити як ряд Тейлора:

$$P(r \pm \Delta r) = P + \frac{dP}{dr} \Delta r + \frac{d^2 P}{2dr^2} \Delta r^2 + \frac{d^3 P}{3!dr^3} \Delta r^3 + \frac{d^4 P}{4!dr^4} \Delta r^4 + \frac{d^n P}{n!dr^n} \Delta r^n, \quad (4)$$

де

$$\frac{d^n P}{dr^n} = \frac{(-1)^n P(r)}{(1+r)^n} \sum_{m=0}^n \left| S_n^{(m)} \right| M \tau^m, \quad (5)$$



$M\tau^m$ – m -ий момент облігацій, $m=0, \dots, n$,

$$S_n^{(m)} = \sum_{k=0}^{n-m} (-1)^k \binom{n-1+k}{n-m+k} \binom{2n-m}{n-m-k} \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^k (-1)^{k-j} \binom{k}{j} j^{n-m+k}. \quad (6)$$

При компонуванні портфелю облігацій різними способами, найкращим буде той спосіб, у якого при співпадаючих попередніх моментах, тобто $M\tau = M\tau^2 = \dots = M\tau^{n-1}$, n -ий парний момент $M\tau^n$ буде максимальним, а n – й непарний момент $M\tau^n$ буде мінімальним.

Частими є випадки, коли інвестору, що має визначений капітал на рахунок в банку через заданий момент часу необхідно виплатити визначену суму грошей. Однак через зміну процентної ставки інвестор не може виплатити цю суму. Виникає проблема усунення ризику неплатежу, пов'язаного зі зміною процентної ставки. У роботі [5] для усунення ризику неплатежу пропонується розмістити капітал інвестору спеціальним чином побудованому портфелі облігацій. На момент виплати платежу цей портфель продається на фондовому ринку. Інвестор не тільки зможе здійснити виплати в зазначений термін, але і залишитися у вигаді. Оптимізація портфеля облігацій у цьому випадку цілком гасить можливі зміни процентних ставок.

У роботі [5] ціна портфеля облігацій визначається як

$$Z_t(r) = P(r)(1+r)^t, \quad (7)$$

$M\tau = M\tau^2 = \dots = M\tau^n, \dots$, – моменти першого, другого, n -го порядку і $M\tau = t, M\tau^2 > t^2,$

$M\tau^3 > t^3, \dots, M\tau^n > t^n, \dots$ Тоді існують такі, $y_k \geq 0, k = \overline{1, n}$, $\sum_{k=1}^n y_k = 1$ що

$$\sum_{k=1}^n y_k M\tau_k = t, \quad \frac{d^{2n} Z_t}{dr^{2n}} \rightarrow \max, \quad \frac{d^{2n+3} Z_t}{dr^{2n+3}} \rightarrow 0.$$

У цьому випадку

$$\begin{aligned}
 Z_t(r \pm \Delta r) \approx & Z_t(r) + \frac{d^2 Z_t}{2! dr^2} (\Delta r)^2 + \frac{d^3 Z_t}{3! dr^3} (\Delta r)^3 + \\
 & + \frac{d^4 Z_t}{4! dr^4} (\Delta r)^4 + \frac{d^6 Z_t}{6! dr^6} (\Delta r)^6 + \dots + \frac{d^{2n} Z_t}{(2n)! dr^{2n}} (\Delta r)^{2n} > Z_t(r), \quad (8)
 \end{aligned}$$

– ціна портфеля облігацій $Z_t(r \pm \Delta r)$ на момент часу t при зміні процентної ставки r на величину Δr буде приймати максимальне значення. Це означає, що, незважаючи на зміни процентної ставки, інвестор зможе здійснити виплату необхідної суми грошей у визначений момент часу.



Отримані моделі дозволяють наблизитися до реальної ситуації, що складається на фондовому ринку України.

Література

1. Ширяев А.Н. *Основы стохастической финансовой математики. Факты, модели (в двух томах)*. – М.: ФАЗИС, 1998. – 1017 с.
2. Бондарев Б.В., Дзундза А.И., Стещенко И.В. *Об одной задаче формирования оптимального портфеля облигаций // Економіка: проблеми теорії та практики*. – Днепропетровск: ДНУ, 2000. – Вып. 61. – С. 108–114.
3. Бондарев Б.В., Дзундза А.И., Стещенко И.В. *Об общем методе формирования оптимального портфеля облигаций // Модели управления в рыночной экономике*. – Донецк: ДонНУ, 2001. – Вып. 4. – С. 8–13.
4. Бондарев Б.В., Стещенко И.В. *Про один метод хеджування ризику портфеля облигацій при зміні процентної ставки // Вісник Української академії банківської справи*. – Сумы, – 1999. – С. 89–91.
5. Стещенко И.В. *Оптимальное управление портфелем облигаций // Вестник Донецкого Национального Университета. Серия В. Экономика и право*. – 2001. – № 2. – С. 150–157.
6. Баев А.В., Бондарев Б.В., Стещенко И.В. *Оценка неизвестных параметров в стохастических моделях, описывающих эволюцию процентных ставок // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика*. – Донецк: ДонНУ, 2001 № 2. – С. 2–35.

*Стаття рекомендована до друку кафедрою математики і математичних методів
в економіці Донецького національного університету
(протокол № 2 від 3 жовтня 2003 р.)*

