Я. Г. Бучковська*

ПОБУДОВА КОЛЕКТИВНОЇ ФУНКЦІЇ ВИГІДНОСТІ НА ОСНОВІ ІНДИВІДУАЛЬНИХ З ІНТЕРВАЛЬНО НЕЙТРАЛЬНИМ СТАВЛЕННЯМ ДО РИЗИКУ

Успіх діяльності господарських товариств залежить від рішень, які вони приймають і, зокрема, фінансових рішень. Доцільним і актуальним є теоретичне обґрунтування рекомендацій стосовно конкретних кроків побудови та застосування функції вигідності при прийнятті ризикованих фінансових рішень. Знижувати ризикованість фінансових рішень, підвищувати рівень вигідності для осіб, що приймають фінансові рішення (ОПФР) доцільно за допомогою систем підтримки прийняття фінансових рішень (СППФР). Сучасні СППФР базуються на вже класичній теорії корисності чи вигідності, якщо йдеться про фінансові рішення. Ключовим поняттям цієї теорії є функція вигідності ОПФР, яка враховує індивідуальне ставлення до ризику даної особи. Однак попри півстоліття шляху розвитку теорії вигідності, функцію вигідності для колективу осіб, що приймає рішення, дотепер не побудовано.

Проблеми прийняття фінансових рішень досліджувались у працях як зарубіжних, так вітчизняних науковців[1] . Проте проблема прийняття колективних фінансових рішень на основі концепції вигідності залишається майже не дослідженою.

Метою публікації є запропонувати підхід до розробки функції вигідності для колективу, що приймає фінансові рішення, зокрема у випадку інтервально нейтрального ставлення до ризику.

Розглянемо випадок колективу з двох осіб.

Нехай колективу з двох осіб потрібно прийняти фінансове рішення, внаслідок реалізації якого можна отримати грошову суму x в межах від a до b

$$a \le x \le b \cdot \quad (1)$$

Двохосібна функція вигідності $U(x)$ в крайніх точках проміжку a та b повинна задовільняти такі ж умови, як і функція вигідності однієї особи[2] , тобто

* *викладач кафедри фінансів Хмельницького економічного університету*

[1] *Дем'янюк О. Б.* Функція вигідності особи, що приймає рішення з постійною мірою несхильності до фінансового ризику і нейтральності до часового ризику // Вісник Тернопільської академії народного господарства. Серія: Економіко-математичне моделювання: Зб. наук. праць. — 2000. — № 1 (7). — С. 22-26; *Кини Р. Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. Пер. с англ. / Под ред. И. Ф. Шахнова. — М.: Радио и связь, 1981. — 560 с.; *Ковальчук К. Ф.* Интеллектуальная поддержка принятия экономических решений. — Донецк: ИЄП НАН Украины, 1996. — 224 с.; *Кононенко А. Ф., Холезов А. Д., Чумаков В. В.* Принятие решений в условиях неопределенности / / ВЦ АН СССР. — М., 1991. — 197 с.; *Нейман Дж., Фон Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. — М.: Наука, 1970. — 707 с.; *Олексюк О. С.* Системи підтримки прийняття фінансових рішень на мікрорівні. Монографія. — К.: Наукова думка, 1998. — 507 с.; *Олексюк О., Мельничук В., Штабалюк П., Олейко В., Дем'янюк О.* Методи і системи прийняття фінансових рішень. — Тернопіль: Збруч, 2001. — 358 с.; *Олексюк О. С.* Моделювання прийняття ризикованих фінансових рішень. Монографія. — К.: Вища школа, 1998. — 312 с.; *Олексюк О. С.* Застосування функції вигідності в моделі оптимального страхування ризику за умов інтеграції на мікрорівні // Вісник ТАНГ. — 1997. — № 1. — С. 74-77; *Олексюк О.* Теоретико-концептуальні основи вибору і застосування функції вигідності в СППР // Машинна обробка інформації: Міжвідомчий науковий збірник. — 1997. — № 60; *Олексюк О.* Побудова функції вигідності для постійної міри несхильності до ризику — Вісник ТАНГ: Економіко-математичне моделювання. — 1998. — № 1; Теория выбора и принятия решений / Макаров И., Виноградская Т., Рубчинский А., Соколов В. — М.: Наука, 1982. — 328 с.

[2] *Нейман Дж., Фон Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. — М.: Наука, 1970. — 707 с.

Університетські наукові записки, 2007, № 4 (24), с. 533-541. www.univer.km.ua

$$U(a)=0;\; U(b)=1\,. \qquad (2)$$

Позначимо через q_1 та q_2 дольові частки членів колективу. При цьому вважаємо, що обидві ці частки додатні:

$$q_1 > 0 \text{ та } q_2 > 0. \qquad (3)$$

Оскільки у випадку нульового значення однієї з часток питання побудови двохосібної функції не виникає, бо тоді двохосібна функція вигідності повністю збігається з функцією вигідності особи з ненульовою дольовою часткою.

Крім умов (3), дольові частки q_1 та q_2 повинні задовольняти умови повноти:

$$q_1 + q_2 = 1. \qquad (4)$$

Таким чином, при розподілі грошової суми x перший учасник колективу отримає суму $x_1 = q_1\, x$, а другий, відповідно, $x_2 = q_2\, x$, причому, внаслідок умови (4) матиме місце рівність:

$$x_1 + x_2 = q_1 x + q_2 x = x\,. \qquad (5)$$

В разі настання найнесприятливішого фінансового результату $x=a$ на основі умови (5), найсприятливішим результатом для першого учасника буде отримання грошової суми $q_1 a$, а для другого учасника $q_2\, a$.

Отже, якщо $U_1(x_1)$ — індивідуальна функція вигідності першого учасника колективу, то вона приймає найменше нульове значення при $x_1 = q_1 a$:

$$U_1(\, q_1 a\,) = 0. \qquad (6)$$

Аналогічно індивідуальна функція вигідності другого учасника $U_2(x_2)$ приймає нульове значення при $x_2 = q_2 a$:

$$U_2(\, q_2 a\,) = 0. \qquad (7)$$

Порівнюючи формули (6) та (7), бачимо, що при різних дольових частках $q_1 \neq q_2$ індивідуальні функції вигідності учасників колективу можуть приймати однакові значення при різних аргументах. Справді, якщо q_1 відмінна від q_2 , то і грошова сума $q_1 a$ відмінна від $q_2 a$, однак цим різним грошовим сумам відповідає однакове нульове значення вигідності:

$$U_1(\, q_1 a\,) = U_2(\, q_2 a\,) = 0.$$

У випадку найсприятливішого для колективу фінансового результату $x = b$ першому учаснику належатиме, відповідно до його дольової частки, $x_1 = q_1 b$, що відповідає максимальному для нього рівню вигідності:

$$U_1\,(q_1 b) = 1. \qquad (8)$$

Для другого учасника колективу можна записати аналогічну формулу:

$$U_2\,(q_2 b) = 1. \qquad (9)$$

Формули (8) та (9) означають, що стовідсотково вигідний для колективу наслідок є стовідсотково вигідним для кожного з учасників колективу.

Припустимо, що графік індивідуальної функції вигідності $U_1(x_1)$ має вигляд ламаної, що відповідає його інтервальній нейтральності до ризику. Для простоти вважаємо, що ця ламана складається з двох відрізків (рис.1) на проміжку від $a\, q_1$ до $b\, q_1$.

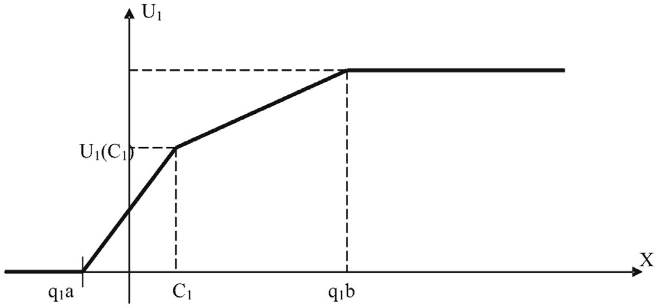

Рис. 1. Схематичний графік дволанкової індивідуальної функції з інтервальною нейтральністю до ризику

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2007, № 4 (24), с. 533-541.

Індивідуальну функцію вигідності $U_1\ (x_1)$, графік якої зображено на рисунку 1, можна також записати в явному аналітичному вигляді. Для грошових аргументів x_1 в межах від q_1a до c_1 функція вигідності $U_1\ (x_1)$ виражається лінійним рівнянням:

$$U_1(x_1) = \frac{U_1(c_1)}{c_1 - q_1a}(x_1 - q_1a)\,. \qquad (10)$$

Безпосередньою підстановкою переконуємося, що функція (10) задовольняє умову (6):

$$U_1(q_1a) = \frac{U_1(c_1)}{c_1 - q_1a}(q_1a - q_1a) = 0\,.$$

Аналогічно перевіряється, що функція (10) задовольняє наведену на рис.1 умову при $x_1 = c_1$, тобто:

$$U_1(x_1)\Big|_{\,x_1 = c_1} = U_1(c_1)\,.$$

Для спрощення подальших викладок введемо позначення:

$$U_1(c_1)=U_{11}\,. \qquad (11)$$

З урахуванням позначення (11) запишемо функцію (10) у вигляді:

$$U_1(x_1) = \frac{U_{11}}{c_1 - q_1a}(x_1 - q_1a)\,. \qquad (12)$$

На грошовому проміжку від c_1 до q_1b функція вигідності $U_1(x_1)$ виражається рівнянням:

$$U_1(x_1) = U_{11} + \frac{1 - U_{11}}{q_1b - c_1}(x_1 - c_1)\,. \qquad (13)$$

Функція (13) задовольняє крайові умови:

$$U_1(x_1)\Big|_{\,x_1 = c_1} = U_{11}\,.$$

та $U_1(x_1)\Big|_{\,x_1 = q_1b} = 1$.

На основі формул (12) та (13) отримаємо функцію вигідності $U_1\ (x_1)$ на проміжну від q_1a до q_1b у вигляді:

$$U_1(x_1) = \begin{cases} \dfrac{U_{11}}{c_1 - q_1a}(x_1 - q_1a), & q_1a \le x_1 \le c_1 \\ U_{11} + \dfrac{1 - U_{11}}{q_1b - c_1}(x_1 - c_1), & c_1 \le x_1 \le q_1b \end{cases}. \qquad (14)$$

Залежно від співвідношення між параметрами функції (14) ця функція може відповідати різним типам ставлення до ризику особи в цілому.

Опуклому вгору графіку функції (14), який зображено на рис.1, відповідає в цілому несхильне ставлення до ризику відповідної особи. Аналітично це означає, що кутовий коефіцієнт відрізка графіка на проміжку від q_1a до c_1 більший від аналогічного кутового коефіцієнта відрізка над проміжком від c_1 до q_1b :

$$\frac{U11}{c1 - q_1a} \rangle \frac{1 - U11}{q_1b - c1} \qquad (15)$$

Умова (15) несхильності в цілому до ризику стримана в неявному вигляді щодо критичного рівня вигідності U_{11} , оскільки ця величина присутня як у лівій, так і у правій частинах нерівності (15), тому запишемо її в явному вигляді:

$$U_{11}(q_1b-c_1) > (c_1-q_1a)(1-U_{11}) \ ;$$
$$U_{11}(q_1b-c_1 + c_1-q_1a) > c_1-q_1a \ ,$$

звідки:

$$U_{11} > \frac{c_1 - q_1 a}{q_1(b-a)} . \qquad (16)$$

Якщо виконується протилежна до (16) нерівність, тобто

$$U_{11} < \frac{c_1 - q_1 a}{q_1(b-a)} , \qquad (17)$$

то це відповідає в цілому схильному ставленню до ризику відповідної особи. За умови (17) графік функції вигідності (14) зображується опуклою вниз ламаною (рис. 2).

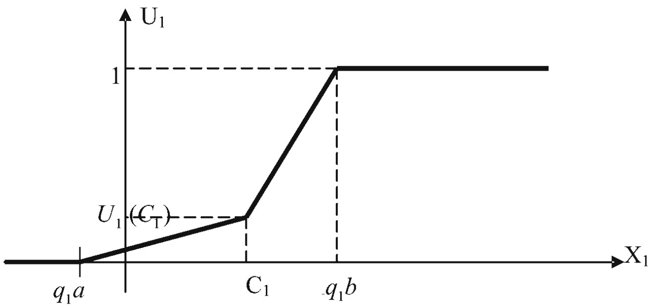

Рис. 2. Графік дволанкової функції вигідності зі схильністю до ризику в цілому

У випадку виконання рівності

$$U_{11} = \frac{c_1 - q_1 a}{q_1(b-a)} \qquad (18)$$

функція вигідності (14) лінійна на всьому проміжку від q_1a до q_1b , що відповідає повністю нейтральному ставленню до ризику.

Припустимо, що функція вигідності другого учасника колективу $U_2(x_2)$ має таку ж структуру, як і функція $U_1(x_1)$:

$$U_2(x_2) = \begin{cases} \dfrac{U_{21}}{c_2 - q_2 a}(x_2 - q_2 a), q_2 a \le x_2 \le c_2 \\ U_{21} + \dfrac{1 - U_{21}}{q_2 b - c_2}(x_2 - c_2), c_2 \le x_2 \le q_2 b \end{cases} .$$

На основі індивідуальних функцій вигідності $U_1(x_1)$ та $U_2(x_2)$ побудуємо колективну функцію вигідності $U(x)$. Для цього скористаємося тим же принципом, що й при визначені нульової чи одиничної вигідності, а саме: певний рівень вигідності U для колективу визначається рівними йому індивідуальними рівнями вигідності:

$$U = U_1 = U_2. \qquad (20)$$

При цьому відповідні грошові аргументи пов’язані співвідношенням:

$$x = x_1 + x_2. \qquad (21)$$

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2007, № 4 (24), с. 533-541.

Для того щоб побудувати функцію $U(x)$ в аналітичному вигляді, потрібно визначити, як співвідносяться між собою параметри U_{11} та U_{21} функцій $U_1(x_1)$ та $U_2(x_2)$. Для визначеності припустимо, що виконується умова:

$$U_{11} \le U_{21} \qquad (22)$$

Така умова не порушує загальності, бо при виконанні протилежної нерівності

$$U_{11} > U_{21} \qquad (23)$$

нумерацію учасників колективу можна змінити з тим, щоб виконувалася умова (22). Розгляд умови (22) розіб'ємо на два підвипадки:

а) виконання строгої нерівності $U_{11} < U_{21}$; (22.а)

б) виконання рівності $U_{11} = U_{21}$. (22.б)

Отже, нехай за умови (22.а) рівень вигідності $U = U_1$ знаходиться в межах від нульового значення до U_{11} :

$$0 \le U = U_1 \le U_{11}. \qquad (24)$$

На основі верхньої частини формули (14) знайдемо відповідну цьому рівню вигідності грошову суму x_1:

$$U = \frac{U_{11}}{c_1 - q_1 a}(x_1 - q_1 a),$$

звідки отримуємо:

$$x_1 = q_1 a + \frac{U(c_1 - q_1 a)}{U_{11}}. \qquad (25)$$

Аналогічно грошову суму x_2 знайдемо, скориставшись умовою $U = U_2$ та верхньою частиною формули (19):

$$U = \frac{U_{21}}{c_2 - q_2 a}(x_2 - q_2 a)$$

З останньої формули виражаємо x_2:

$$x_2 = q_2 a + \frac{U(c_2 - q_2 a)}{U_{21}}. \qquad (26)$$

Для того щоб знайти грошову суму x, яка відповідає колективному рівню вигідності U за умови (24), підставимо у рівність (21) вирази (25) та (26) :

$$x = q_1 a + \frac{U(c_1 - q_1 a)}{U_{11}} + q_2 a + \frac{U(c_2 - q_2 a)}{U_{21}} \qquad (27)$$

Якщо скористатися рівністю (5) при $x=a$, тобто рівністю:

$$q_1 a + q_2 a = a, \qquad (28)$$

то формулу (27) можна дещо спростити:

$$x = a + \frac{U(c_1 - q_1 a)}{U_{11}} + \frac{U(c_2 - q_2 a)}{U_{21}} \qquad (29)$$

На основі формули (29) та умови (24) знайдемо межі зміни грошової суми x. Зокрема, при найнижчому нульовому рівні вигідності отримується очікуване найменше можливе значення $x=a$.

Найбільшому допустимому для формули (29) рівневі вигідності $U = U_{11}$ відповідає найбільше допустиме значення грошової суми:

$$x = a + c_1 - q_1 a + \frac{U_{11}}{U_{21}}(c_2 - q_2 a). \qquad (30)$$

Враховуючи рівність (4), формулу (30) можна дещо спросити:

$$x = c_1 + a q_2 + \frac{U_{11}}{U_{21}}(c_2 - q_2 a). \qquad (31)$$

Університетські наукові записки, 2007, № 4 (24), с. 533-541. www.univer.km.ua

Для спрощення подальшого викладу введемо позначення:

$$a_1 = c_1 - q_2 a + \frac{U_{11}}{U_{21}}(c_2 - q_2 a). \qquad (32)$$

Отже, для грошової суми x з діапазону від a до a_1 на основі формули (29) виразимо значення функції вигідності U в явному вигляді:

$$U(x) = (x - a) \div \left(\frac{c_1 - q_1 a}{U_{11}} + \frac{c_2 - q_2 a}{U_{21}} \right). \qquad (33)$$

Функція (33) монотонно зростає за лінійним законом від свого найменшого нульового значення при $x = a$ до найбільшого U_{11} при $x = a_1$.

Нехай тепер рівень вигідності U знаходиться в межах від U_{11} до U_{21}. Для визначення відповідного до U розміру грошової суми x_1 скористаємося тепер нижньою частиною формули (14):

$$U = U_{11} + \frac{1 - U_{11}}{q_1 b - c_1}(x_1 - c_1),$$

звідки знайдемо:

$$x_1 = c_1 + \frac{(U - U_{11})(q_1 b - c_1)}{1 - U_{11}}. \qquad (34)$$

При цьому відповідний до U розмір грошової суми x_2 надалі визначається формулою (26).

Підставивши вирази (34) та (26) у формулу (21), знайдемо відповідний для U розмір грошової суми x:

$$x = c_1 + \frac{(U - U_{11})(q_1 b - c_1)}{1 - U_{11}} + q_2 a + \frac{U(c_2 - q_2 a)}{U_{21}}. \qquad (35)$$

Виразимо з формули (35) значення U в явному вигляді:

$$\frac{U(q_1 b - c_1)}{1 - U_{11}} + \frac{U(c_2 - q_2 a)}{U_{21}} = x - c_1 - q_2 a + \frac{U11(q_1 b - c_1)}{1 - U_{11}},$$

Звідки:

$$U(x) = \frac{x - c_1 - q_2 a + \dfrac{U_{11}(q_1 b - c_1)}{1 - U_{11}}}{\dfrac{q_1 b - c_1}{1 - U_{11}} + \dfrac{c_2 - q_2 a}{U_{21}}}. \qquad (36)$$

Безпосередньою підстановкою переконуємося, що найменшому допустимому для функції (36) значенню $x = a_1$ відповідає вигідність $U(a_1)=U_{11}$.

Щоб знайти найбільший допустимий грошовий аргумент функції (36), підставимо у формулу (35) значення $U=U_{21}$:

$$x = c_1 + \frac{(U_{21} - U_{11})(q_1 b - c_1)}{1 - U_{11}} + q_2 a + c_2 - q_2 a,$$

або після спрощення:

$$x = c_1 + c_2 + \frac{U_{21} - U_{11}}{1 - U_{11}} + (q_1 b + c_1). \qquad (37)$$

Введемо позначення:

$$a_1 = c_1 + c_2 + \frac{U_{21} - U_{11}}{1 - U_{11}} + (q_1 b + c_1). \qquad (38)$$

Таким чином, областю визначення функції (36) є грошовий проміжок $a_1 \le x \le a_2$, нижня та верхня межа якого визначаються формулами (32) та (38) відповідно.

Для рівнів вигідності в межах від U_{21} до 1 для визначення відповідної грошової суми x_1 першого учасника колективу можна скористатися формулою (34), а для знаходження суми x_2 застосовуємо нижню частину формули (19):

$$U = U_{21} + \frac{1 - U_{21}}{q_2 b - c_2}(x_2 - c_2),$$

звідки:

$$x = c_2 + \frac{(U - U_{21})(q_2 b + c_2)}{1 - U_{21}}, \qquad (39)$$

Підставивши у формулу (21) вирази (34) та (39), обчислимо відповідне до U значення x:

$$x = c_1 + \frac{(U - U_{11})(q_1 b + c_1)}{1 - U_{11}} + c_2 + \frac{(U - U_{21})(q_2 b + c_2)}{1 - U_{21}}. \qquad (40)$$

Якщо у формулу (40) підставити найбільше можливе значення вигідності $U=1$, то отримаємо:

$$x = q_1 b + q_2 b,$$

або з урахуванням умови (4) отримаємо:

$$x = b,$$

що узгоджується умовою (2).

При підстановці у формулу (40) найменшого допустимого рівня вигідності $U = U_{21}$ отримуємо

$$x = c_1 + \frac{(U_{21} - U_{11})(q_1 b + c_1)}{1 - U_{11}} + c_2,$$

тобто з урахуванням позначення (38)

$$x = a_2. \qquad (41)$$

Остання рівність разом з рівністю (37) є підтвердженням неперервності функції вигідності $U(x)$ в її критичній точці $x = a_2$. З формули (40) виразимо вигідність U в явному вигляді :

$$\frac{(U - U_{11})(q_1 b + c_1)}{1 - U_{11}} + \frac{(U - U_{21})(q_2 b + c_2)}{1 - U_{21}} = x - c_1 - c_2$$

$$U\left(\frac{q_1 b + c_1}{1 - U_{11}} + \frac{q_2 b + c_2}{1 - U_{21}}\right) = x - c_1 - c_2 + \frac{U_{11}(q_1 b + c_1)}{1 - U_{11}} + \frac{U_{21}(q_2 b + c_2)}{1 - U_{21}}.$$

З останньої формули отримуємо

$$U(x) = \frac{x - c_1 - c_2 + \dfrac{U_{11}(q_1 b - c_1)}{1 - U_{11}} + \dfrac{U_{21}(q_2 b - c_2)}{1 - U_{21}}}{\dfrac{q_1 b - c_1}{1 - U_{11}} + \dfrac{c_2 - q_2 a}{1 - U_{21}}}. \qquad (42)$$

На основі формул (33), (36) та (42), які виражають функцію вигідності $U(x)$ на окремих грошових проміжках, можна записати в аналітичному вигляді функцію вигідності на всьому грошовому проміжку від a до b:

Університетські наукові записки, 2007, № 4 (24), с. 533-541. www.univer.km.ua

$$U(x)=\begin{cases}k_1(x-a); & \begin{cases}a\le x\le a_1\\ a_1\le x\le a_2\\ a_2\le x\le b\end{cases}\\ k_2(x-a_1); & \\ k_3(x-a_2); & \end{cases} \quad \textbf{(43)}$$

де:

$$k_1=\left(\frac{c_1-q_1a}{U_{11}}+\frac{c_2-q_2a}{U_{21}}\right)^{-1}; \quad \textbf{(44)}$$

$$k_2=\left(\frac{q_2b-c_1}{1-U_{11}}+\frac{c_2-q_2a}{U_{21}}\right)^{-1}; \quad \textbf{(45)}$$

$$k_3=\left(\frac{q_1b-c_1}{1-U_{11}}+\frac{q_2a-c_2}{1-U_{21}}\right)^{-1}; \quad \textbf{(46)}$$

$$a_1=c_1+q_2a-\frac{U_{11}(q_1b-c_1)}{1-U_{11}}; \quad \textbf{(47)}$$

$$a_2=c_1+c_2-\frac{U_{11}(q_1b-c_1)}{1-U_{21}}-\frac{U_{21}(q_2b-c_2)}{1-U_{21}}. \quad \textbf{(48)}$$

Отже, внаслідок побудови колективної функції вигідності з двох індивідуальних дволанкових з інтервальною нейтральністю отримуємо функцію теж з інтервальною нейтральністю, яка має щонайбільше три ланки локальної нейтральності до ризику.

Функція вигідності (43) має рівно три ланки інтервальної нейтральності за умови, що кутові коефіцієнти сусідніх ланок відмінні між собою, тобто, якщо:

$$k_1\ne k_2 \text{ та } k_2\ne k_3. \quad \textbf{(49)}$$

При порушенні хоча б однієї з умов (49) кількість інтервалів локальної нейтральності функції (43) зменшується.

Припустимо, що порушена перша з умов (49), тобто, що виконується рівність:

$$k_1=k_2. \quad \textbf{(50)}$$

З'ясуємо, як рівність (50) виражається через початкові параметри розгляданої моделі. Для цього в рівність (50) підставимо вирази (44) та (45):

$$\left(\frac{c_1-q_1a}{U_{11}}+\frac{c_2-q_2a}{U_{21}}\right)^{-1}=\left(\frac{q_1b-c_1}{1-U_{11}}+\frac{c_2-q_2a}{U_{21}}\right)^{-1}.$$

Після спрощення останньої рівності отримаємо:

$$\frac{c_1-q_1a}{U_{11}}=\frac{q_1b-c_1}{1-U_{11}}. \quad \textbf{(51)}$$

Як випливає з рівності (51), параметри, які входять в неї, стосуються тільки індивідуальної функції $U_1(x_1)$ першого учасника колективу.

Виразимо з рівності (51) величину U_{11} в явному вигляді:

$$(c_1\text{-}q_1a)(1\text{-}U_{11}) = U_{11}(q_1b\text{-}c_1)$$
$$U_{11}q_1(b\text{-}a)=U_{11}(q_1a),$$

звідки:

$$U_{11}=\frac{c_1-q_1a}{q_1(b-a)}.$$

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2007, № 4 (24), с. 533-541.

Остання рівність збігається з умовою (18), згідно якої функція вигідності $U_1(x_1)$ є не ламаною, а лінійною на проміжку від q_1a до q_1b.

Розглянемо випадок порушення другої з умов (49), а саме, виконання рівності:

$$k_2 = k_3. \qquad (52)$$

Підставимо у формулу (52) вирази (45) та (46):

$$\left(\frac{q_1 b - c_1}{1 - U_{11}} + \frac{c_2 - q_2 a}{U_{21}}\right)^{-1} = \left(\frac{q_1 b - c_1}{1 - U_{11}} + \frac{q_2 b - c_2}{1 - U_{21}}\right)^{-1}.$$

Внаслідок спрощення останньої рівності отримуємо наступну рівність:

$$\frac{c_2 - q_2 a}{U_{21}} = \frac{q_2 b - c_2}{1 - U_{21}}. \qquad (53)$$

Рівність (53) за структурою аналогічна рівності (51), однак на цей раз стосується лише індивідуальної функції вигідності другого учасника колективу і відповідає його повністю нейтральному ставленню до ризику.

Розглянемо випадок виконання умови (22.б). В цьому випадку колективна функція вигідності $U(x)$ має на одну ланку менше порівняно з функцією (43), оскільки проміжок від a_1 до a_2 зводиться до однієї точки. Справді, якщо у формулу (32) підставити умову (22.б), то отримаємо

$$a_1 = c_1 + c_2. \qquad (54)$$

При підстановці цієї ж умови рівності U_{11} з U_{21} у формулу (38) отримуємо:

$$a_2 = c_1 + c_2, \qquad (55)$$

тобто те саме значення, що і для a_1. Отже, в цьому випадку колективна функція вигідності має вигляд

$$U(\chi) = \begin{cases} k_1(x-a); \\ k_3(x-a_2); \end{cases} \begin{cases} a \le x \le c_1 + c_2 \\ c_1 + c_2 \le x \le b \end{cases} \qquad (56)$$

де параметри κ_1, κ_2 та a_2 і далі можна виражати за формулами (44), (46) та (48) відповідно.

Однак за умови рівності між собою ординат точок перелому індивідуальних функцій вигідності згадані формули спрощуються.

Якщо у формулу (44) підставити умову $U_{11} = U_{21}$, то отримаємо:

$$k_1 = \frac{U_{11}}{c_1 + c_2 - a}. \qquad (57)$$

Формула (46) при підстановці цієї ж умови також спрощується:

$$k_3 = \frac{1 - U_{11}}{b - c_1 + c_2}. \qquad (58)$$

Параметр a_2, обчислений на основі формули (48) за умови (22.б) набирає вигляду:

$$a_2 = \frac{c_1 + c_2 - U_{11} b}{1 - U_{11}}.$$

Отже, в даній публікації досліджено проблему прийняття колективних фінансових рішень і запропоновано спосіб побудови колективної функції вигідності на основі індивідуальних з інтервально нейтральним ставленням до ризику.

Напрямами подальших досліджень є дослідження функції вигідності для колективу, що приймає фінансові рішення, з іншими видами ставлення до ризику, що є актуальним для господарських товариств.

Університетські наукові записки, 2007, № 4 (24), с. 533-541. www.univer.km.ua